

文章编号 1004-924X(2011)05-1134-09

## 二维柔性拼接标定方法

杨 剑\*, 杨秋翔, 秦品乐

(中北大学 电子与计算机科学技术学院, 山西 太原 030051)

**摘要:**针对大视场摄像机标定中高精度大尺寸靶标加工困难,小尺寸靶标标定精度不高的问题,提出了一种二维柔性拼接标定方法。二维柔性拼接靶标由多个小平面标定板(又称为子标定板)组成,每个子标定板平面上分为匹配区和扩展区,其中匹配区由编码点组成,多个子标定板通过编码点进行匹配,虚拟拼接成一个大面积的平面靶标(又称为母标定板),通过计算可以得到母标定板上的坐标值及其相应的像点,从而可以标定出摄像机的内参数。仿真和实验结果表明,该方法和大面积的靶标标定的精度相当,当大面积标定板上的标志点和子标定板扩展区标志点数相同时,其标定相对误差为2%左右。该方法的优点在于制备标定板灵活方便,可以无限制地扩展标定面积。

**关键词:**摄像机标定;大视场;柔性拼接;子标定板;母标定板

**中图分类号:**TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20111905.1134

## Two-dimensional flexible target for calibrating camera

YANG Jian\*, YANG Qiu-xiang, QIN Ping-le

(School of Electronics and Computer Science and Technology,  
North University of China, Taiyuan 030051, China)

\* Corresponding author, E-mail: yangjian9770@126.com

**Abstract:** A camera calibration method based on the flexible spliced two-dimensional target is proposed to overcome the problems in the camera calibration that a large scale target with high precision is hard to fabricate and the smaller one cannot satisfy the required accuracy. The flexible spliced two-dimensional target consists of many small planar targets (called sub-target), and each sub-target includes a matching area and an extending area. Those sub-targets are combined into a virtual large scale planar target (called mother-target) by encode in the matching area and the camera parameters are calibrated by the mother-target. Simulation and real experiment results indicate that the accuracy of the proposed calibration method is almost the same as that of Zhang's calibration method using a large planar target with the point numbers similar to that of the flexible spliced two-dimensional target. The relative error of the two calibration method is less than 2%. This method shows his advantages in that the target is convenient to be fabricated, and the area of target can be extended infinitely.

**Key words:** camera calibration; wide field-of-view; flexible spliced target; sub-target; mother-target

收稿日期:2010-02-02;修订日期:2010-07-09.

基金项目:山西省科技攻关项目(No. 20090322004);2011年中北大学校科学基金项目

## 1 引 言

视觉测量是一项逆向工程,其以摄像机获取的图像信息为依据,计算三维空间物体的几何信息,并且进行三维重建。空间点的三维几何位置和像平面上对应点之间的关系基于摄像机成像几何模型,模型参数的确定过程就是摄像机标定。摄像机标定是视觉测量的必要步骤,其参数标定的精确程度将直接影响视觉测量系统的精度。

摄像机的标定方法根据标定靶可以分为基于三维标定物的标定方法、基于二维标定物的标定方法和基于一维标定物的标定方法。其中,基于三维标定物的标定方法是最基本的标定方法,也是最先出现的标定技术,有大量的文献讨论了基于三维标定物的标定方法,相关的技术也较为成熟。这类标定方法要求摄像机拍摄三维几何信息精确已知的标定物,根据模型的约束关系进行解算,从而得到摄像机的内外参数<sup>[1-2]</sup>。这种方法的优点是精度高,但是对于大尺寸条件下的标定则存在不足,制作高精度大尺寸的三维标定块成本昂贵、制作不易,同时搬运困难。例如如果视场有 30 m<sup>3</sup>,那么制作相匹配的标定块很困难。基于二维标定物的标定方法是使用二维平面靶板代替三维标定块,摄像机相对于标定板可以自由移动,从不同的角度进行拍摄后,利用摄像机和标定板之间的约束关系来解算摄像机的内参数<sup>[3-5]</sup>。这种方法的优点在于操作灵活,同时制备高精度的平面靶板价格相对低廉,标定的精度也较高,但是对于大尺寸视觉测量系统来说,为了得到高精度的标定结果,需要制备大面积的二维标定板,而制作高精度大面积的标定板同样较困难。基于一维标定物的标定方法中,标定物得到了进一步简化,多个彼此距离已知的共线点构成了标定物,利用标定物图像点与标定物自身的比例约束来实现摄像机的标定<sup>[6-9]</sup>。该方法有灵活,制备标定物简便的优点,不足之处是标定过程中需要固定一点

以及摄像机的位置,通过多次移动标定物来建立约束关系,这大大限制了标定的灵活性,对于大尺寸视场条件,制备高精度大尺寸的一维标定物不容易,并且多次移动不方便。

如上所述,大视场摄像机标定的难点在于制备高精度大尺寸的标定物,为了解决这一问题,本文提出了二维柔性拼接标定方法,该方法可以将多个小面积的子标定板拼接成虚拟的大面积的标定板,且其物空间中的拼接没有误差,从而可以无限的扩展标定板的面积,提高标定的精度。

## 2 二维柔性拼接标定方法原理

### 2.1 子标定板的设计

对于现场大尺寸视觉测量系统来说,大测量尺寸、现场拍摄是其主要的特点,这些特点产生了相应的标定要求,包括希望标定物尽量在视场内分布从而可以反映摄像机的视场特性,标定物应该尽量大从而增加约束条件提高标定精度,同时标定物应该容易制备,使用方便。针对设计要求,本文提出了二维柔性拼接标定方法,该方法利用设计的子标定板随意布置在视场内,通过算法可以将多个不同的子标定板拼接成一个虚拟的大的二维标定物,从而实现高精度大视场标定。

二维柔性拼接标定方法的子标定板是包含有编码点的二维标定板。码点分为匹配区和扩展区,匹配区通常实现识别和匹配的功能,一个标定物上至少与另外一个标定物有相同的匹配区,而有相同的匹配区的标定板通常扩展区不同,如图 1 所示。

图 1 中包括 3 幅编码图片,板 1、2 是两个拆分的标定板,板 3 是拼接后的标定板,实际工程中子板 3 并不存在而是虚拟的,但却有很高的精度。板 1、2 中分为 A 区和 B 区,A 区表示扩展区,用于扩展拼接标定板的面积,B 区表示匹配区用于完成匹配,匹配区中的编码可以采用多种形式如图 2 所示,但是需要注意的是编码点必须不具有

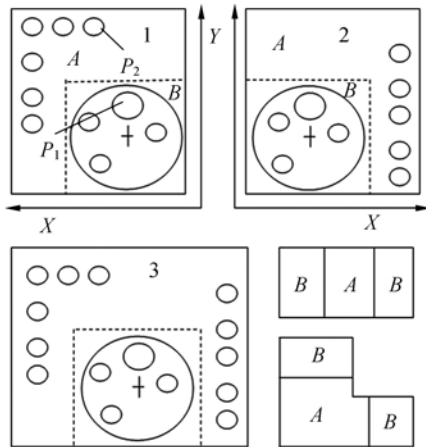


图 1 子标定板说明图

Fig. 1 Sub-target image

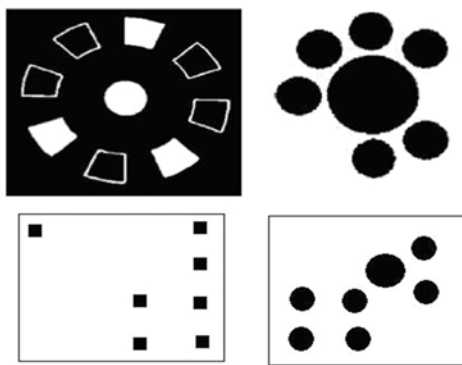


图 2 常用的编码点

Fig. 2 Encode point images

旋转不变性,匹配区的编码点也可以参与标定。以板 1、2 的匹配区为例,编码点如 B 区所示,在一个大圆内有多个小圆,其中一个半径较大,称为起始编码点。在匹配时,首先检测椭圆从而可以得到各个椭圆的圆点坐标和半径,在最大的椭圆内,检测半径最大的圆,则该圆就是起始编码点。从起始编码点开始以逆时针方向每 45°检测是否有圆存在,如果存在则置 1,如果不存在则置 0,从而可以得到编码形式,图 1 中 B 区的编码为 11010001。通过编码点可以匹配各个圆点(其他编码形式可以参考相关的文献)。图 1 中右下角的两幅图表示标定板可以设计成多种样式从而实现多个编码标定板之间的链接和延伸。

标定板上的各个圆点的坐标已知,表示为( $i_{$

$p_i\_X, i_{p_i\_Y}$ ),其中  $i$  表示子标定板的编号,  $p_i$  表示板上的点的编号,各个点之间的坐标已知,这种坐标是相对于匹配区的大圆  $P_1$  的一种相对坐标,例如图 1 中  $P_1$  的坐标为( $1\_p1\_X, 1\_p1\_Y$ ), 则  $P_2$  的相对坐标为( $1\_p2\_\Delta x, 1\_p2\_ \Delta y$ )

$$\begin{cases} 1\_p2\_X=1\_p1\_X+1\_p2\_ \Delta x \\ 1\_p2\_Y=1\_p1\_Y+1\_p2\_ \Delta y \end{cases}, \quad (1)$$

通常在匹配区建立坐标系如图 1 所示,也就是说各个标志点之间的关系已知,同时在各自坐标系下的坐标已知。

### 2.2 柔性拼接标定方法

二维柔性拼接标定算法通过多个二维标定板拼接成虚拟的二维标定板,增加标定的面积,这里将拆分的标定板称为“子标定板”,而将虚拟拼接成的大标定板称为“母标定板”,如图 1 所示,板 1、2 就是子标定板,板 3 则是母标定板。可以看出,该算法的目标就是求取母标定板上各个靶点的精确坐标值,同时求得其在摄像机平面上对应的坐标,从而可以完成标定。

图 3 给出了二维柔性拼接标定算法的示意图,假设子标定板 1、2 分别对应图 3 中的图 1、2;虚拟拼接后的母标定板如图 1 中板 3。子标定板中包含匹配 B 和扩展区 A,其投影如图 3。设在子标定板上的靶点为  $M_i (i=1, 2, \dots) = [x, y, z, 1]^T$ ,其中  $i$  表示不同的子标定板,在摄像机平面上对应的像点记为  $m_i (i=1, 2, \dots) = [u, v, 1]^T$ ,虚拟的母标定板上的点记为  $M_i' (i=1, 2, \dots) = [x, y, z, 1]$ ,其中  $i$  表示该点来自不同的子标定板。摄像机为五参数的针孔模型,  $M_i$  与其图像点  $m_i$  之间有如下关系:

$$s_i m_i = K [R, t]_i M_i, \quad (k = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}), \quad (2)$$

其中  $s_i$  为尺度因子,  $[R, t]_i$  表示子标定板到摄像机坐标系的旋转和平移,  $K$  为摄像机的内参数矩阵,其中  $\alpha, \beta$  为图像  $u, v$  轴上的尺度因子,  $[u_0, v_0]$  为图像的主点,  $\gamma$  为倾斜因子。摄像机标定就是确定上述 5 个内参数。

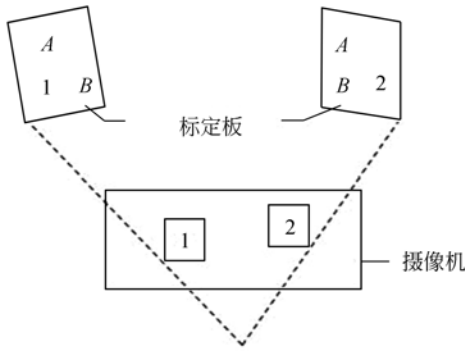


图 3 原理示意图

Fig. 3 Principle image of flexible spliced method

二维柔性拼接标定板和摄像机可以自由移动。通常,子标定板的坐标系建立在匹配区 B 中,并且板面位于自身坐标系的  $xy$  平面上,即  $z = 0$ 。记旋转矩阵  $\mathbf{R}$  的第  $i$  列为  $r_i$ ,则式(2)可以表示为

$$s_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \\ & & & \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_i = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \\ & & \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}_i, \quad (3)$$

设  $\mathbf{H} = \lambda \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \\ & & \end{bmatrix}$ ,其中  $\lambda$  为比例常数,则上式可以表示为

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{M}_i', \quad (4)$$

也就是说每个子标定板  $i$  和摄像机之间都有一个单应矩阵  $\mathbf{H}_i$ 。假设初始状态下,母标定板还未被拆分,则在母标定板与像平面上的点存在关系:

$$\mathbf{m}_i' = \mathbf{H}_0' \mathbf{M}_i', \quad (5)$$

两边乘以  $\mathbf{H}_0'$  的逆可以得到

$$\mathbf{H}_0'^{-1} \mathbf{m}_i' = \mathbf{M}_i'. \quad (6)$$

然后对母标定板进行了拆分,则母标定板和子标定板之间存在一个单应矩阵  $\mathbf{H}_i'$ ,

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{H}_i' \mathbf{M}_i', \quad (7)$$

通过式(5)、(6)、(7)可以得到

$$\mathbf{H}_i^{-1} \mathbf{m}_i = \mathbf{H}_i' \mathbf{H}_0'^{-1} \mathbf{m}_i', \quad (8)$$

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{H}_i' \mathbf{H}_0'^{-1} \mathbf{m}_i', \quad (9)$$

如果设  $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}_i \mathbf{H}_i' \mathbf{H}_0'^{-1}$ ,则  $\mathbf{m}_i = \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{m}_i'$ ,也就是说,母标定板上的靶点在摄像机平面上的图像点和子标定板上的靶点的像点之间也存在一个单

应矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}$ 。可以通过母标定板上的匹配区和子标定板上的匹配区进行匹配,从而可以求得单应矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}$ ,则在子标定板上扩张区的点在图像上的投影  $\mathbf{m}_a$  和  $\tilde{\mathbf{H}}$  的乘积就是母标定板虚拟的扩展区在图像上的像点,记为  $\tilde{\mathbf{H}} \mathbf{m}_a$ ,其中下标  $a$  表示扩展区。

经过图像匹配后,则子标定板上的匹配区中的靶点和母标定板在匹配区中的靶点相对应,而子标定板扩展区中的靶点是相对坐标,如式(1)所述,则母标定板上的虚拟点坐标可以通过式

$$\mathbf{M}_i' = \mathbf{M}_a' + \Delta \mathbf{M}_i, \quad (10)$$

无误差的确定。根据式(5)有下式:

$$\tilde{\mathbf{H}} \mathbf{m}_a = \mathbf{H}_0' \mathbf{M}_i', \quad (11)$$

通过式(11)可以求出虚拟母标定板的单应矩阵  $\mathbf{H}_0'$ 。根据旋转矩阵  $\mathbf{R}$  的正交性  $\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0$ ,  $\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_2$ ,可得两个基本方程:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2' = 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1' = \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2' \end{cases}, \quad (12)$$

式(12)是关于摄像机内参数的两个基本约束,也是基于二维标定物标定算法的基础。因为一个转换矩阵有 8 个自由度,而外参数有 6 个(3 个旋转,3 个平移),因此一个转换矩阵只能获得关于摄像机内参数的两个约束。通常从不同角度拍摄二维柔性拼接靶标,联立方程从而可以确定摄像机的内参数。设

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

则根据张的算法<sup>[3]</sup>有下式:

$$\begin{cases} u_0 = (B_{12} B_{13} - B_{11} B_{23}) / (B_{11} B_{22} - B_{12}^2) \\ \lambda = B_{33} - [B_{13}^2 + u_0 (B_{12} B_{13} - B_{11} B_{23})] / B_{11} \\ \alpha = \sqrt{\lambda / B_{11}} \\ \beta = \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11} B_{22} - B_{12}^2)} \\ \gamma = -B_{12} \alpha^2 \beta / \lambda \\ \mu_0 = \gamma u_0 / \alpha - B_{13} \alpha^2 / \lambda \end{cases}. \quad (14)$$

从上述可知,二维柔性拼接标定方法是利用子标定板和母标定板匹配区像点的匹配,将子标定板扩展区的靶点拼接到母标定板上,同时在像平面上计算相对应的像点坐标,从而实现相机的标定。这种方法可以使得在世界坐标系中的母标定板上的拼接无误差,误差只存在于像平面,从而达到较高的标定精度。该方法可以无限地扩展母

标定板的面积,布置灵活,子标定板的制备也非常的方便,可以很好地适用于大尺寸视觉测量系统。更进一步,通过计算机软件编程可以使得标定、匹配、测量等任务一次性完成。

### 3 实验

#### 3.1 仿真一

仿真一的主要目的是验证基于虚拟的母标定板和拆分后的子标定板标定结果的差异。仿真实验中,首先设定了摄像机的内参数,其中的表示符号和上文中相同,表示为: $\alpha=850.01$ , $\beta=840.86$ , $u_0=315.51$ , $v_0=240.09$ , $\gamma=0.2$ 。为了进行比较,给出了母标定板上的坐标点,点数为 57 个,其中匹配区包含 5 个点,各个点相对于匹配区的坐标已知。将母标定板拆分后,在视场内随机摆放,每个子标定板分为匹配区和扩展区,包含 9 个点,其中匹配区包含 5 个点。在像平面上加入  $\sigma=0.1\sim 1$  的高斯噪声,从 6 个不同的角度进行拍摄,分别用普通的二维标定方法和柔性拼接标定的方法对相机进行标定,并比较结果。摄像机的布局如下:

$$\theta=[\pi/6,\pi/24,0],\mathbf{T}=[20,20,500];$$

$$\theta=[-\pi/12,-\pi/25,0],\mathbf{T}=[30,20,600];$$

$$\theta=[-\pi/6,-\pi/10,\pi/36],\mathbf{T}=[10,20,100];$$

$$\theta=[\pi/10,\pi/15,0],\mathbf{T}=[10,40,150];$$

$$\theta=[\pi/20,\pi/15,\pi/36],\mathbf{T}=[20,10,250];$$

$$\theta=[-\pi/12,-\pi/25,\pi/36],\mathbf{T}=[30,30,600].$$

其中  $\theta$  表示绕  $x, y, z$  轴旋转角度的向量,  $\mathbf{T}$  表示平移向量。按照上文所述算法标定的结果如图 4 所示,图中  $\alpha x, \alpha y$  即为摄像机内参矩阵中的  $\alpha, \beta$ 。

从图 4 中可以看出,随着噪声方差的增加,标定的相对误差也随之增加。在随机误差的影响下两种标定算法精度有一定的交替,但是整体趋势一致,这也和原理中相符,从子标定板到母标定板的世界坐标系靶点的转换过程中没有误差,在像点的转换中误差基本相同。

#### 3.2 仿真二

为了分析子标定板的个数对精度的影响,设计了仿真实验二。实验中相机的内参数采用和上述相同的设置,每个子标定板上除了匹配区外,扩展区包含 6 个点,也就是说每添加一个子标定板则多 6 个解算单应矩阵的方程。像平面上添加的噪声  $\sigma=0.2$ ,摄像机的布局不变(如上),标定的结果如图 5。

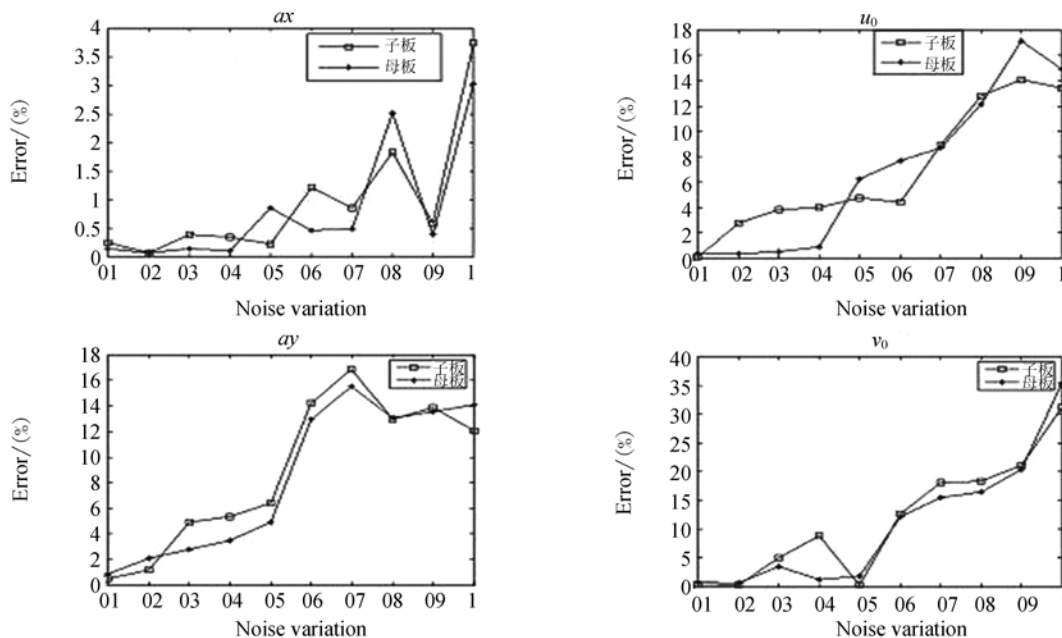


图 4 子标定板与母标定板结果比较

Fig. 4 Comparison of calibration results from sub target and mother target

图 5 中可以看出,标定结果随着子标定板的增加,其相对误差逐渐减小,同时在研究中也发现

随着子标定板数量的增加,有时标定的精度有反复。经过分析认为原因在于标定板的布局对精度

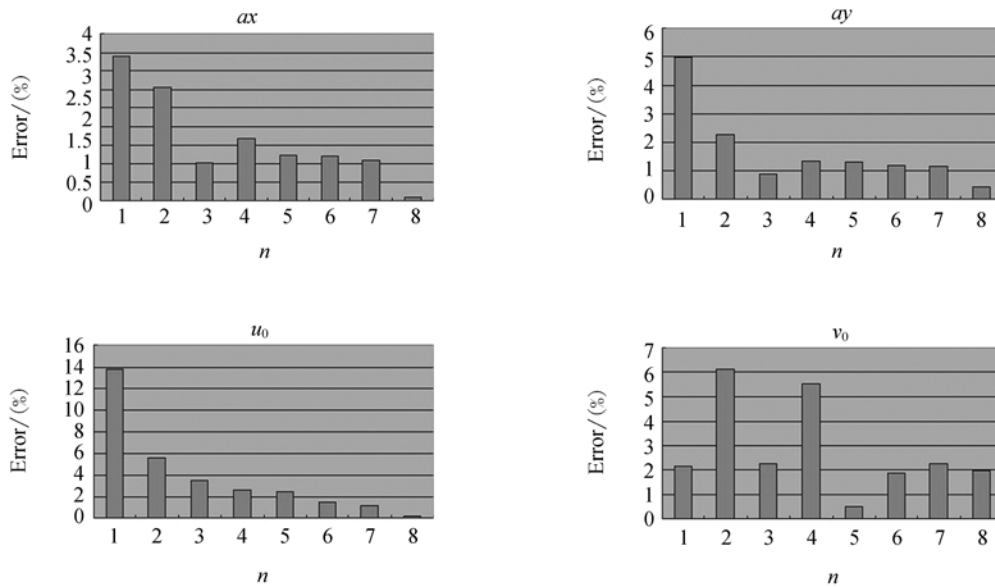


图 5 子标定板数量对标定精度的影响

Fig. 5 Effect of number of sub-target on calibration accuracy

存在一定影响,同时特征点的提取精度也和布局有关。视觉测量是基于近似的针孔模型来计算的,所以靶标在视场中的布局对标定结果存在一定的影响,这是和相机布局相对的问题。总之,标定板数量的增加将改善标定的精度。

### 3.2 标定实验

为了验证二维柔性拼接标定方法的实际效果,设计了摄像机标定实验,如图 6 所示。图中分为 3 个图片分别给出了标识号图(a),图(b),图(c)。图(a)是完整的实验场景,图中标示出了母标定板的匹配区,匹配区由 5 点组成,其中一点直径较大用于编码的起始码,通常可以在该点建立坐标系。母标定板拆分成了 4 个子标定板,图中标示出了子标定板。图(b)是拆分前母标定板的图样,也是拼接后的虚拟母标定板的图样。图(c)中给出了匹配区的图样,图(a)中的各点的坐标在各自的坐标系中已知,子标定板中的点的坐标是相对于起始编码点的相对坐标,用于匹配后计算坐标。从图(a)中可以看出,母标定板匹配区下方的子标定板拼接后对应着图(b)中上方的四点。为了进行对比,分别对母标定板图(b)拍摄 12 幅相片进行标定,将标定的结果作为真值,同时使用图(a)中的子标定板进行摄像机标定,拍摄的照片数量同样为 12 幅,并且布局相同,最后比较两者

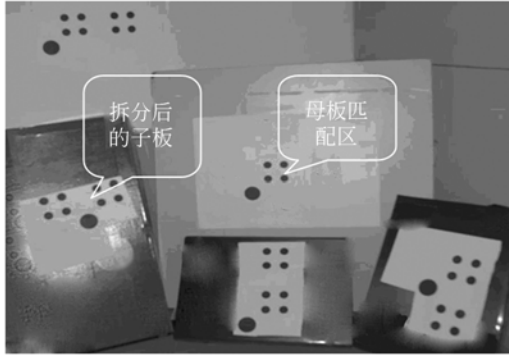
标定的结果。

实验中所用的摄像机是 NIKON D100,拍摄的距离为 1.5~2 m。感光元器件尺寸为 23.7 mm×15.6 mm,有效像素为  $6.1 \times 10^6$ ,视场范围在 3 m×3 m 左右。进行了三组实验,第一组直接利用母标定板进行标定,拍摄 12 幅照片,利用张的算法<sup>[3]</sup>进行解算摄像机的内参数;第二组,拆分母标定板,子标定板随机布置,构成如图 6(a)的场景,利用上文中所述的二维柔性拼接标定方法进行标定,图像数同为 12 幅,并且位置相同。第三组实验,使用单个子标定板标定所得结果如表 1。

从表 1 中可以看出,相对于单个子标定板,拼接后标定的结果明显改善,这是因为增加了约束条件的结果。在本实验中,柔性拼接标定方法可以标定出摄像机的各参数其相对误差在 10%左右。

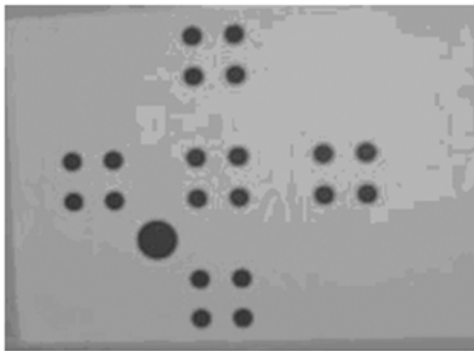
从实验的结果可以看出,二维柔性拼接标定方法标定的结果误差较大,其中一个原因是由于实验中各标定板制作的不规范,是由普通打印机打印出的标定板,精度较差;同时在张贴标定板时难于保证平面,从而引入了误差。另外一个较为重要的原因是需要进行相应的优化算法,通过循环迭代才可以找到最佳的标定参数。通常二维标

定方法如果不使用优化算法结果会较差。为了进一步分析实验数据,首先比对拆分前母板的像点和二维柔性拼接后虚拟的母板像点之间的差异,重新给出式(4):



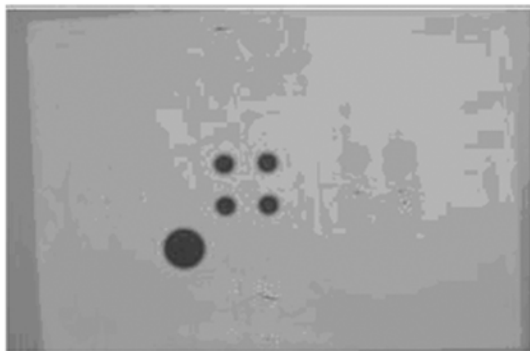
(a) 实验场景图

(a) Scene of experiment



(b) 母标定板

(b) Mother-target



(c) 匹配区

(c) Matching area

图 6 实验设计说明图

Fig. 6 Images in experiment

表 1 实物标定结果

Tab.1 Calibrating result of real target

标定方法	相机参数			
	$\alpha$	$\beta$	$u_0$	$v_0$
二维标定方法	2 615.3	2 711.1	1 010.1	1 573.7
柔性拼 结果	2 364.8	2 441.4	859.31	1 781.8
接标定 相对误差	9.6%	9.9%	14%	13%
单个子 结果	2 247.3	2 310.8	767.87	1 868.3
标定板 相对误差	14%	14.7%	23%	18%

$$m_i = H_i M_i, \quad (15)$$

从中可以看出因为  $H$  矩阵中包含了相机的内参数,  $H$  的准确度决定了标定的精度。由于采用二维柔性拼接标定方法,物空间的拼接没有误差,所以拼接后的像点坐标的精度决定了  $H$  的精度。表 2 给出了拍摄第 4 幅照片拼接后的像点的坐标和拆分前母板的像点的像点坐标:

表 2 拼接母板和拆分前母板的像点像点坐标

Tab.2 Image points of mother-target before

and after detachments (mm)

拆分前母板像点值		拼接母板像点值	
X 坐标	Y 坐标	X 坐标	Y 坐标
906.96	1 502.2	902.98	1 497.5
980.01	1 514.6	979.01	1 505.8
895.93	1 572	893.02	1 568.6
970.06	1 584.5	969.03	1 581.2
1 035.5	1 669	1 035.5	1 669
1 177	1 767.1	1 180.1	1 766
1 102.2	1 754.8	1 103.9	1 751.6
949.13	1 730.4	949.13	1 730.4
873.15	1 717.7	873.15	1 717.7
718.82	1 692.5	724	1 690.4
647.33	1 680	652.67	1 677
1169.1	1 842.4	1 177.2	1 840.3
1 093.3	1 830.3	1 097.5	1 828.8
938.47	1 805.4	938.47	1 805.4
861.25	1 793.2	861.25	1 793.2
704.93	1 767.8	709.45	1 764.1
627.62	1 755.3	630.23	1 749.6
915.93	1 962.1	917.06	1 954.9
836.94	1 949.6	840.88	1 943.3
904.36	2 042.9	906.55	2 029
824.34	2 030.7	830.65	2 018.2

从表 2 可以说明两点,(1)二维拼接标定方法

原理上是正确的,否则不可能存在表 2 中拆分前母板的像点和虚拟拼接母板的像点坐标基本相同的现象;(2)说明存在一定的偏差,其主要原因是因为畸变的存在,拼接前像点所处的位置的镜头畸变和拼接后像点所处的位置镜头畸变不同,从而造成了偏离。如图 7 所示,图中给出了拆分前母板的像点和拼接后虚拟的母板像点的坐标图像。

图 7 给出了像点图,其对应图 6(b)图,其中圆点表示拆分前母板的像点,星号表示拼接所得像点,从中可以看出匹配区两者吻合得较好而在边缘处有一定的偏差。由于拼接所需的矩阵是通过匹配区中的点求得的,所以拼接后匹配区吻合较好,而扩展区中的点由于拼接前后所在位置畸变不同从而存在偏差。为了克服偏离的误差,设计了优化算法,该算法原理和原有方法相同,不同之处是计算图像中心点到像点的距离时使用拼接前的距离。根据摄像机镜头径向畸变数学模型有:

$$\begin{cases} \delta x_r = k_1 x_d(x_d^2 + y_d^2) + k_2 x_d(x_d^2 + y_d^2)^2 \\ \delta y_r = k_1 y_d(x_d^2 + y_d^2) + k_2 y_d(x_d^2 + y_d^2)^2 \end{cases}, \quad (16)$$

其中,  $\delta x_r, \delta y_r$  为像点的修正值,  $k_1, k_2$  是径向畸变系数;  $x_d$  和  $y_d$  是实际成像点的图像物理坐标,由于像点经过了移动,所以该处的实际像点是通过单应矩阵计算拆分前像点的实际位置,其优化目标函数为

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \| m_{ij} - m'(K_i, R_i, T_i, M_j) \|, \quad (17)$$

其中  $n$  表示相片,  $m$  表示像点;  $m_{ij}$  为拼接后所得像点,  $m'(K_i, R_i, T_i, M_j)$  则是拼接所得虚拟母标定板经过投影后所得像点。优化后结果如表 3 所示。

参考文献:

[1] TSAI R, LENZ R K. A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, 5(3): 345-358.  
 [2] TSAI R. An efficient and accurate camera calibra-

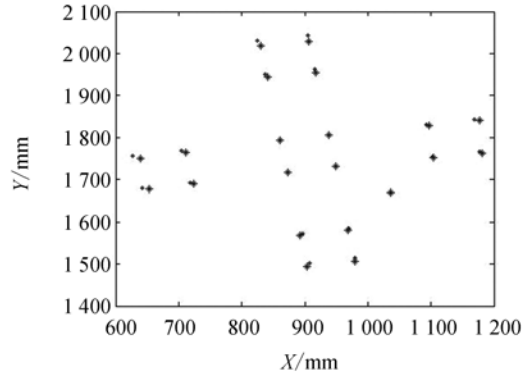


图 7 母板拆分前后像点对比图

Fig. 7 Image point comparison of real mother target and virtual mother target

表 3 优化标定结果

Tab. 3 Optimal calibration results

标定方法	相机参数			
	$\alpha$	$\beta$	$u_0$	$v_0$
二维标定方法	2 615.3	2 711.1	1 010.1	1 573.7
拼接标定优化结果	2 568.4	2 696.1	995.3	1 602.3
相对误差	1.7%	0.6%	1.5%	2.3%

从表 3 可以看出标定的结果明显改善,相对误差在 2% 左右。实验过程中也发现,该方法的优化算法依然是可以深入研究的问题,通过设计相应的优化算法,该方法的精度可进一步提高。

4 结 论

本文提出了一种基于二维柔性拼接标靶的相机标定方法,其优点在于可以任意拼接扩大标定板的面积,标定板制备灵活,简便,可以很好地满足现场大尺寸视觉测量系统标定的要求,其标定的相对误差在 2% 左右。同时该方法还有进一步发展的空间,可以结合计算机软件开发,在视觉测量任务中同时实现摄像机的标定、图像的匹配和测量。

tion technique for 3D machine vision [C]. *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Miami, USA, 1986: 364-374.

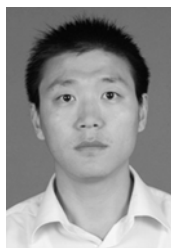
[3] ZHANG Z Y. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations [C]. *Proceedings of IEEE International Conference on*

- Computer Vision, Kerkyra, Greece*;1999:666-673.
- [4] MENG X Q, LI H, HU Z Y. A new easy camera calibration technique based on circular points [C]. *Proceedings of the British Machine Vision Conference, Bristol, UK, 2000*;496-505.
- [5] STURM P F, MAYBANK S J. On plane-based camera calibration: a general algorithm, singularities, applications [C]. *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Colorado, USA, 1999*;432-437.
- [6] ZHANG Z Y. Camera calibration with one-dimensional objects [J]. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26 (7): 892-899.
- [7] HAMMARSTEDT P, STURM P, HEYDEN A. Degenerate cases and closed-form solutions for camera calibration with one-dimensional objects [C]. *Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision, Beijing, China, 2005*;317-324.
- [8] WU F C, HU Z Y, ZHU H J. Camera calibration with moving one-dimensional objects [C]. *Pattern Recognition*, 2005, 38(5):755-765.
- [9] 刘震,张广军,魏振忠. 一维靶标的多视觉传感器全局标定[J]. *光学精密工程*, 2008, 11(16):2274-2280.
- LIU ZH, ZHANG G J, WEI ZH ZH. Global calibration of multi-vision sensor based on one dimensional target [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(11):2274-2280. (in Chinese)

#### 作者简介:



杨剑(1979—),男,山西临汾人,博士研究生,2005年于太原理工大学获得硕士学位,主要从事计算机视觉及图像处理等方面的研究。E-mail: yangjian9770@126.com



秦品乐(1978—),男,山西太原人,副教授,博士,2008年于大连理工大学获得博士学位,主要从事控制优化算法及误差分析方面的研究。E-mail: qpl@nuc.edu.cn



杨秋翔(1969—),男,山西临猗人,教授,硕士生导师,毕业于中北大学,主要从事网络安全等方面的研究。E-mail: yangqx@nuc.edu.cn